
Как измерить площадь?

Какие свойства площади?

Группа «Теоретики»,
участники проекта «Фигуры в клеточку»,
ученики 5 класса

Цель исследования:

- Научиться измерять площадь различных фигур.

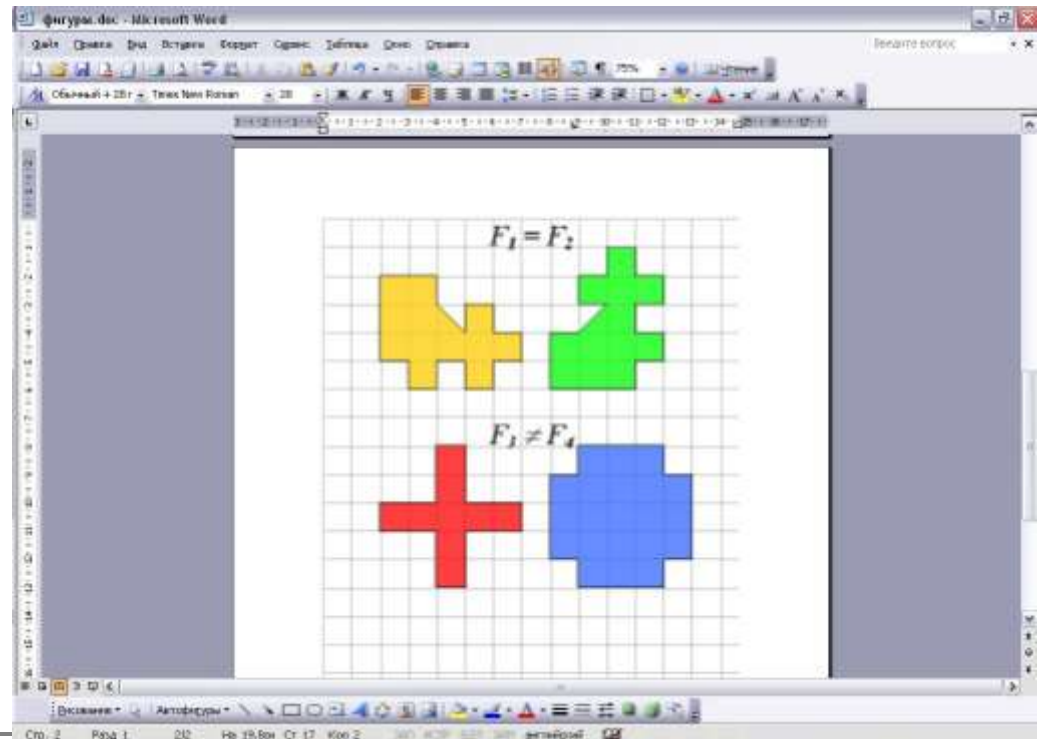
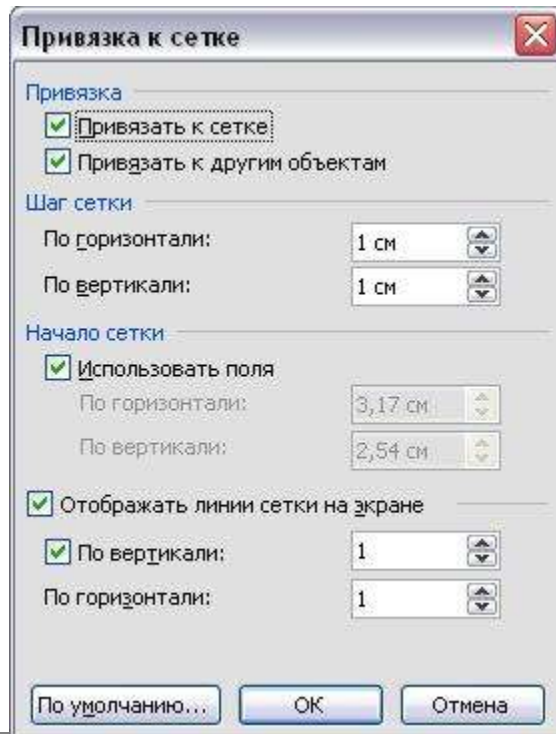
Гипотеза:

- Можно измерить площадь фигуры, только если она состоит из квадратов.
-

Что нужно выяснить:

- **Какие свойства площади фигур?**
- **Какие единицы измерения площади используются?**
- **Как измерить площадь фигуры, стороны которой совпадают со сторонами квадратов?**
- **Как измерить площадь фигуры, стороны которой не совпадают со сторонами квадратов?**

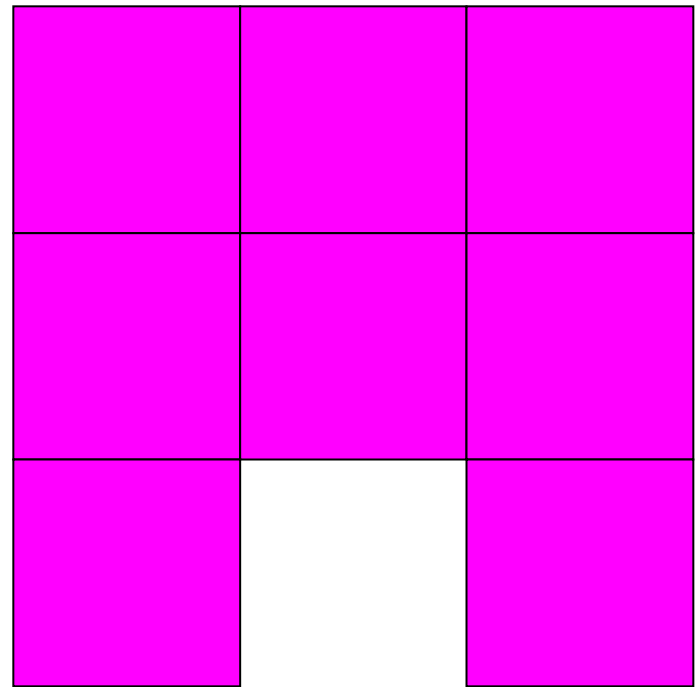
- Для исследования фигур мы использовали программу Microsoft Office Word (вместо палетки), которая позволяет строить фигуры в клеточку, перемещать их по листу и делать к ним дополнительные построения.



Мы знали, что:

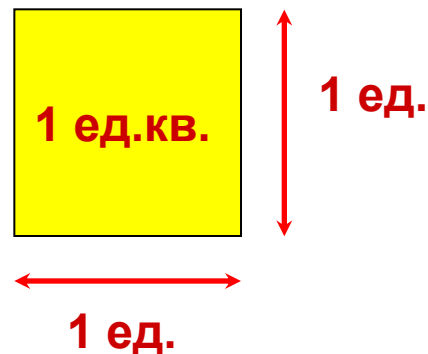
Площадь фигуры - величина, показывающая сколько места занимает фигура на плоскости.

Площадь измеряется квадратными величинами.



$$S = 8 \text{ ед. кв.}$$

Свойство площади:
За **единицу площади** принимают площадь квадрата со стороной, равной единичному отрезку.



1 см² – квадрат со стороной 1 см.

Равные фигуры

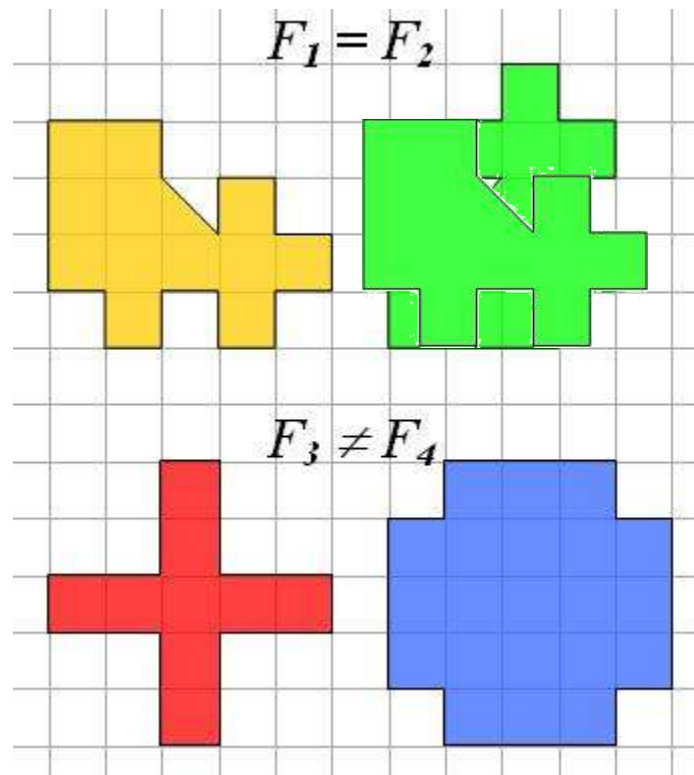
Две фигуры называют **равными**, если одну из них можно так наложить на вторую, что эти фигуры совпадут.

Свойство площади:

Равные фигуры имеют равные площади.

$$S_1 = S_2$$

Возник вопрос: верно ли, что $S_3 \neq S_4$?



Равновеликие фигуры

На рисунке 1 видно, что

$$S_3 = 9 \text{ ед.кв.}$$

$$S_4 = 21 \text{ ед.кв.}$$

То есть $S_3 \neq S_4$

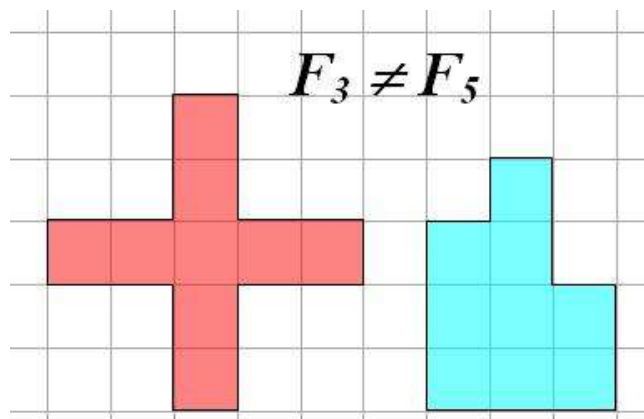
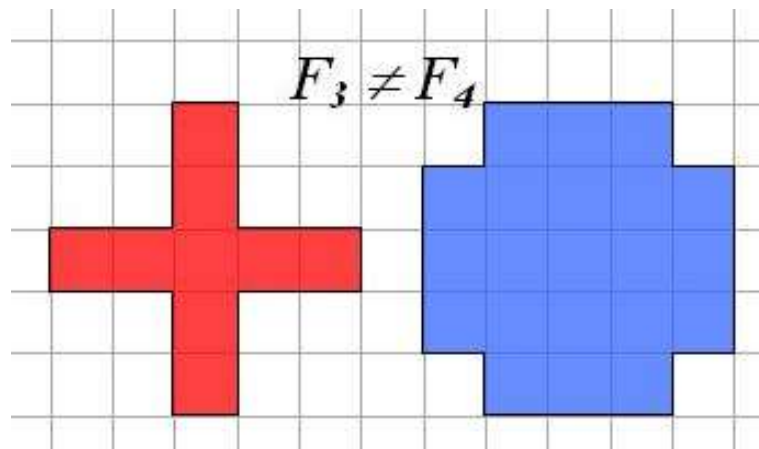
Но можно привести другой пример:

на рисунке 2 видно, что

$$S_3 = 9 \text{ ед.кв.}$$

$$S_5 = 9 \text{ ед.кв.}$$

То есть $S_3 = S_5$



Фигуры могут иметь равные площади, но не быть равными.
Такие фигуры называются **равновеликими**.

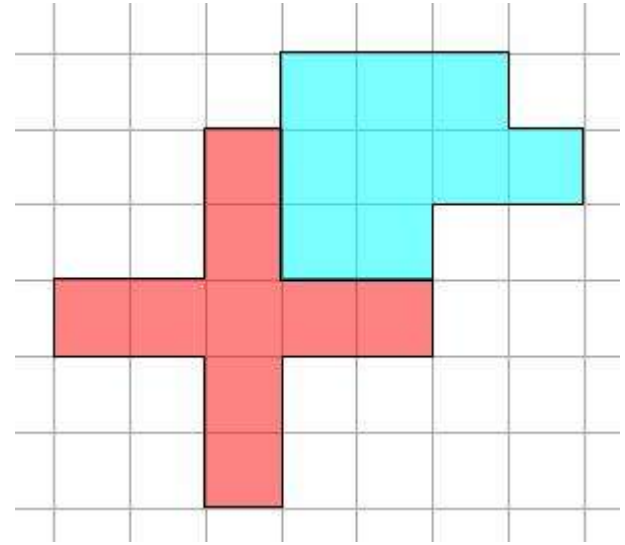
Свойство сложения площадей

✓ Свойство площади:

Площадь всей фигуры
равна **сумме**
площадей её частей.

$$S = S_3 + S_5$$

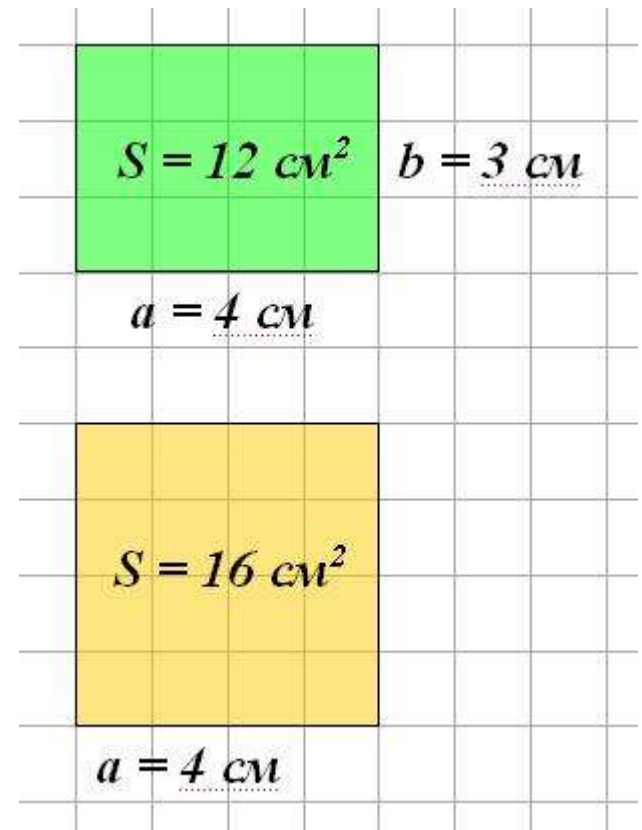
$$S = 9 + 9 = 18 \text{ (ед.кв.)}$$



Как узнать площадь?

Узнать площадь фигуры, стороны которой совпадают со сторонами квадратов легко:

- можно просто наложить палетку или расчертить фигуру и посчитать количество квадратов;
- если фигура – прямоугольник, тогда надо измерить длину (***a***) и ширину (***b***) и вычислить ее площадь по формуле **$S=a*b$** ;
- если фигура – квадрат, тогда надо измерить длину стороны (***a***) и вычислить ее площадь по формуле **$S=a^2$** .

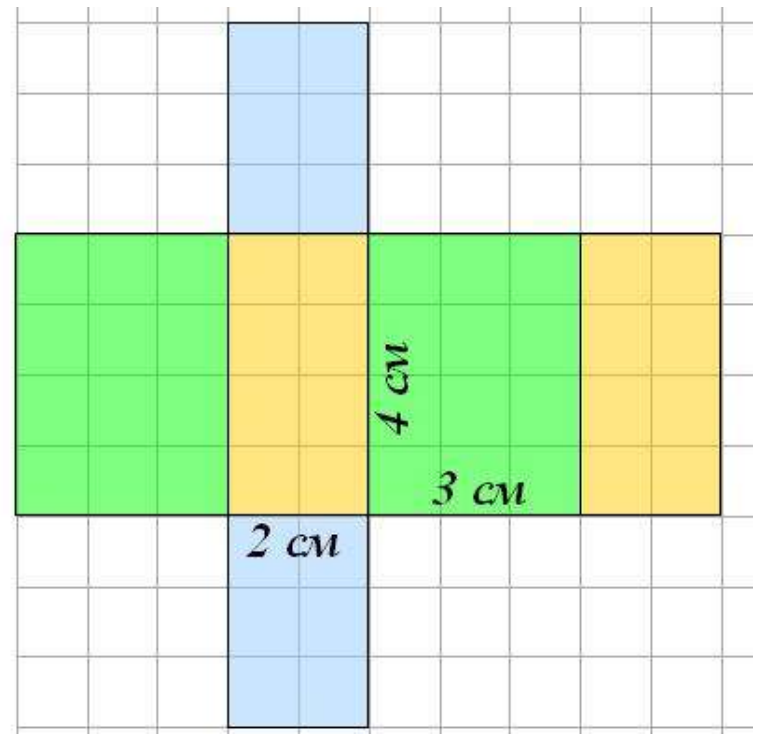
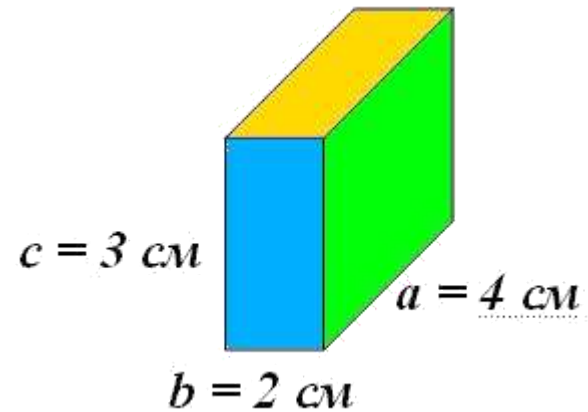


Развертка прямоугольного параллелепипеда

Если фигура состоит из нескольких, то можно использовать свойство сложения площадей.

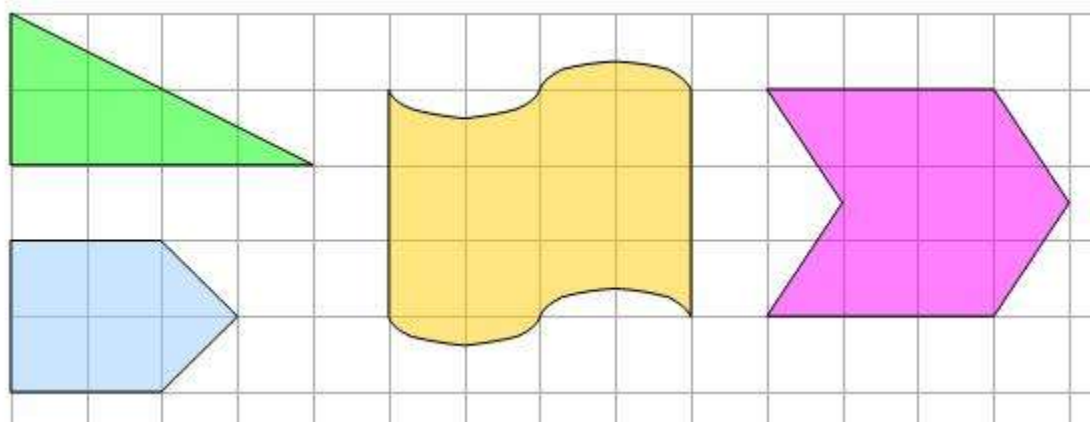
Например, развертка прямоугольного параллелепипеда состоит из 6 попарно равных прямоугольников.

$$\begin{aligned} S &= 2 \cdot S_1 + 2 \cdot S_2 + 2 \cdot S_3 = \\ &= 2 \cdot (S_1 + S_2 + S_3) = \\ &= 2 \cdot (8 + 12 + 6) = 52 \text{ (см}^2\text{)} \end{aligned}$$



Можно ли измерить площадь фигуры, стороны которой не совпадают со сторонами квадратов?

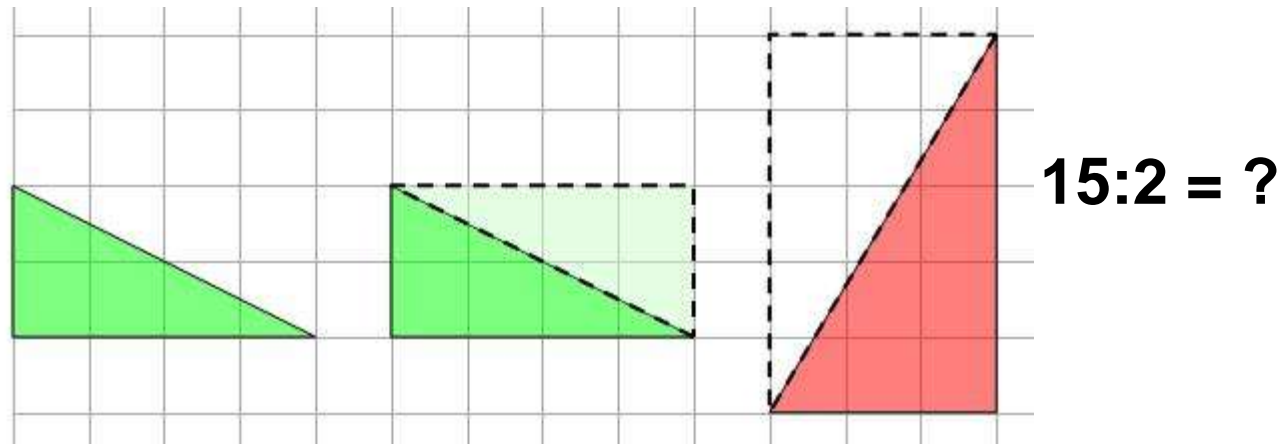
Мы построили несколько таких фигур...



...и постарались найти их площадь.

Приём «дополнение»

Для некоторых фигур можно использовать дополнительное построение:



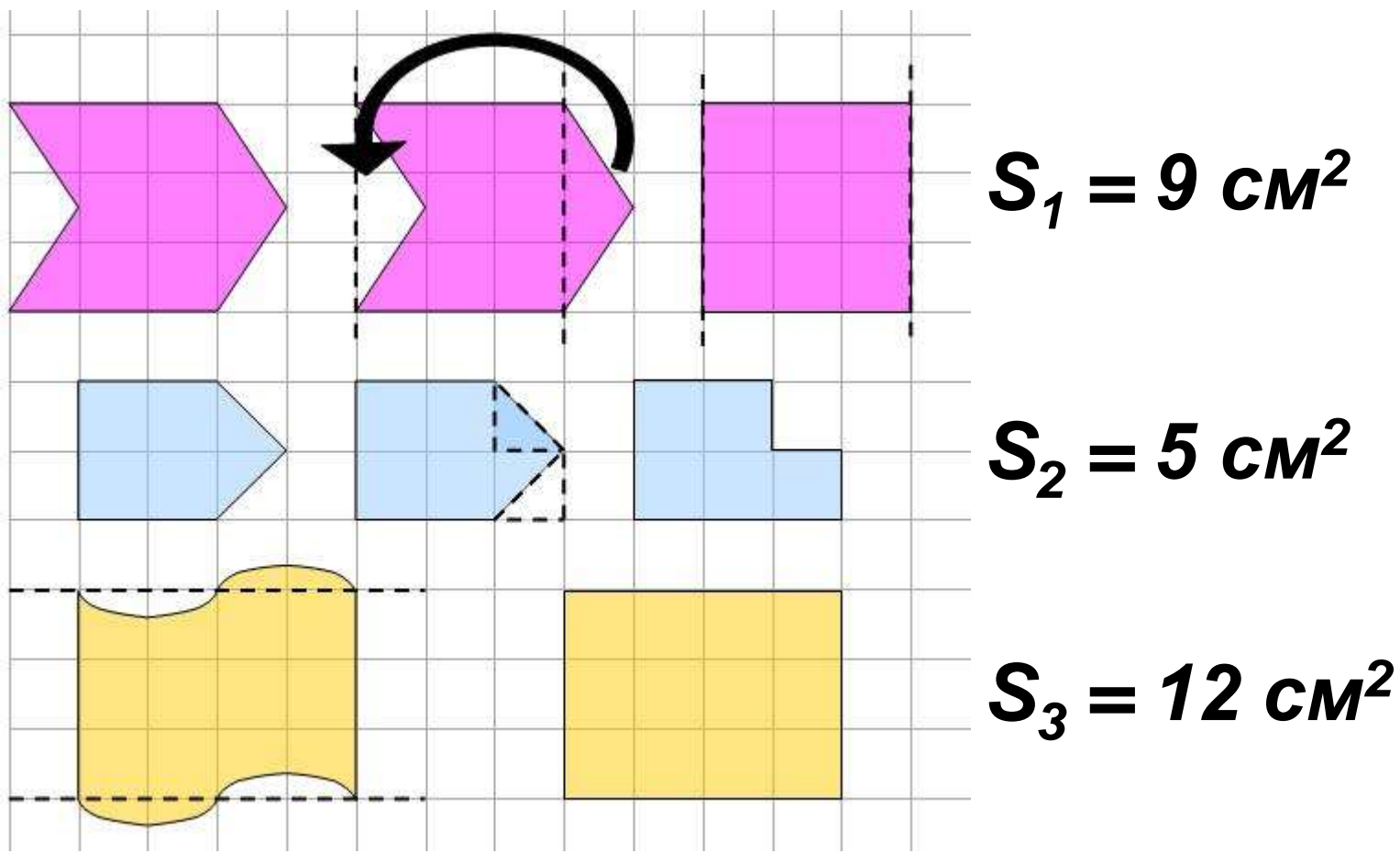
Темный и светлый треугольники равны, значит, площадь треугольника – половина площади прямоугольника:

$$S_{\text{ф}} = S_{\text{пр}} : 2 = 8:2 = 4 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Но не все натуральные числа делятся на 2!

Значит, для решения задач нам понадобятся дроби.

Приём «разрезание и дополнение»

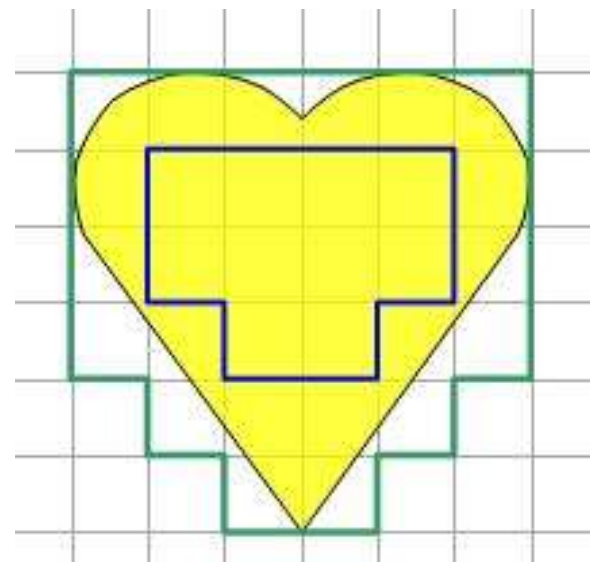


Приём «приближенное вычисление»

Некоторые фигуры никак не удается «уложить» в клетки. Тогда можно:

1. вычислить квадраты, которые целиком лежат внутри фигуры (10 кв.);
2. посчитать квадраты, через которые проходит контур фигуры (20 кв.);
3. разделить второе число пополам (считаем, что в среднем половина входит в площадь фигуры) ($20 : 2 = 10$ кв.);
4. сложить целые квадраты и полученные «кусочки» ($10 + 10 = 20$ кв.).

Площадь фигуры приблизительно равна 20 ед.кв.



Для более точного вычисления используют разбиение на более мелкие клетки (например, мм²)

Единицы измерения площади

- Квадратный миллиметр – мм^2 ; $100 \text{ мм}^2 = 1 \text{ см}^2$;
- Квадратный сантиметр – см^2 ; $100 \text{ см}^2 = 1 \text{ дм}^2$;
- Квадратный дециметр – дм^2 ; $100 \text{ дм}^2 = 1 \text{ м}^2$;
- Квадратный метр – м^2 ; $10000 \text{ см}^2 = 1 \text{ м}^2$;
- Квадратный километр – км^2 ; $100 \text{ км}^2 = 1000000 \text{ м}^2$;
- 100 квадратных метров – а (ар): $1 \text{ ар} = 100 \text{ м}^2$;
- Квадрат со стороной 100 метров – га (гектар); $1 \text{ га} = 10000 \text{ м}^2$.

Если площадь известна, то можно построить разные фигуры.

- Для тренировки мы использовали конструктор «Изображение фигур с заданной площадью»

The image displays three sequential screenshots of a software application interface for drawing geometric shapes on a grid. Each window has a title bar with 'а', 'б', and 'в' tabs and a set of icons on the left side.

Window 1 (Left): The instruction reads: "Примем квадрат сетки за единицу измерения площадей. Начертите квадрат, площадь которого выражается числом 4." A green square is drawn on the grid, covering a 2x2 area. At the bottom, there is a button "Начать с начала" and a green status message "Верно, молодец!".

Window 2 (Middle): The instruction reads: "Примем квадрат сетки за единицу измерения площадей. Начертите прямоугольник, отличный от квадрата, площадь которого выражается числом 4." A pink rectangle is drawn on the grid, covering a 4x1 area. At the bottom, there is a button "Начать с начала".

Window 3 (Right): The instruction reads: "Примем квадрат сетки за единицу измерения площадей. Начертите треугольник, площадь которого выражается числом 2." A green triangle is drawn on the grid, with a base of 4 units and a height of 1 unit. At the bottom, there is a button "Начать с начала" and a button "Подтвердить ответ".

Выводы

- Мы научились вычислять площади фигур, используя разные приемы:
 - с помощью палетки,
 - с помощью формул.
 - Мы узнали, как вычислить площадь, если стороны фигуры не совпадают со сторонами единичных квадратов:
 - прием «дополнения»,
 - прием «разрезание и дополнение»,
 - прием «приближенного вычисления».
 - Для таких фигур не всегда удастся найти точное значение площади. Для решения многих задач нужно знать дроби.
-

Мы использовали в работе:

- Учебник «Математика, 5 класс»
 - Программу Microsoft Office Word
 - Единицы измерения
<http://www.hella.ru/converter/measuretables.htm>
 - Изображение фигур с заданной площадью. Конструктор
http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/aa83a947-18fa-44e1-a222-4ac526eb064e/NG_3-12-2_fp.swf
-