

Практикум по решению задач по теме «Представление и измерение информации в компьютере»

Задача 1:

Какое количество информации несет в себе сообщение о том, что нужная вам программа находится на одной из восьми дискет?

Решение:

Поскольку события равновероятны воспользуемся формулой $I = \log_2 N$. $I = \log_2 8 = 3$.

Задача 2:

В непрозрачном мешочке хранятся 10 белых, 20 красных, 30 синих и 40 зеленых шариков. Какое количество информации будет содержать зрительное сообщение о цвете вынутого шарика.

Решение:

Так как количество шариков различных цветов неодинаково, то зрительные сообщения о цвете вынутого из мешочка шарика также различаются и равны количеству шариков данного цвета деленному на общее количество шариков: $p_b = 0,1$; $p_k = 0,2$; $p_s = 0,3$; $p_z = 0,4$.

События не равновероятны, поэтому для определения количества информации, содержащимся в сообщении о цвете шарика, воспользуемся формулой ($I = -\sum_{i=1}^N p_i \log_2 p_i$): $I = -(0,1 \log_2 0,1 + 0,2 \log_2 0,2 + 0,3 \log_2 0,3 + 0,4 \log_2 0,4)$ бит = $-(0,1 \cdot (-1) + 0,2 \cdot (-0,7) + 0,3 \cdot (-0,5) + 0,4 \cdot (-0,4)) = 0,55$ бит.

Для вычисления этого выражения, содержащего логарифмы, воспользуемся компьютерным калькулятором.

Задача 3:

Какова мощность алфавита, с помощью которого записано сообщение, содержащее 2048 символов, если его объем составляет 1,25 Кбайта.

Решение:

Перевести информационный объем сообщения в биты:

$$I = 1,25 * 1024 * 8 = 10\ 240 \text{ бит.}$$

Определить количество бит, приходящееся на один символ: $10\ 240 \text{ бит} : 2\ 048 = 5 \text{ бит.}$

По формуле ($I = \log_2 N$) определить количество символов в алфавите: $N = 2^I = 2^5 = 32$.

Задача 4:

Пользователь компьютера, хорошо владеющий навыками ввода информации с клавиатуры, может вводить в минуту 100 знаков. Мощность алфавита, используемого в компьютере равна 256. Какое количество информации в байтах может ввести пользователь в компьютер за 1 минуту?

Решение:

Определить количество бит, приходящееся на один символ данного алфавита: $I = \log_2 256 = 8 \text{ бит.}$

Если весь текст состоит из 100 знаков, то количество информации, содержащейся в нем, равна: $I = k \cdot i$ (где k – количество символов, i – информационный объем одного символа в алфавите).

$$I = 100 \cdot 8 \text{ бит} = 800 \text{ бит} = 100 \text{ байт.}$$

Задача 5:

Скорость чтения учащегося составляет приблизительно 250 символов в минуту. Приняв мощность используемого алфавита за 64, определите, какой объем информации в килобайтах получит учащийся, если он будет непрерывно читать в течение 40 минут?

Решение:

Количество информации, которое несет один знак алфавита равен: $I = \log_2 64 = 6 \text{ бит.}$

Количество символов, которые читает учащийся за 40 минут равно: $250 \cdot 40 = 10\ 000$.

Количество информации, которое читает учащийся за 40 минут равно: $10\,000 \cdot 6 = 60\,000$ бит = 7,3 Кбайт.

Задача 6:

Определить количество генетической информации молекулы ДНК человека, которая состоит из около 6 миллиардов нуклеотидов четырех типов (А, G, T, C), которые являются знаками генетического алфавита.

Решение:

Мощность генетического алфавита равна четырем, следовательно, каждый знак (нуклеотид) несет количество информации, которое можно определить по формуле $I = \log_2 N$. $I = \log_2 4 = 2$ бита.

Объем генетической информации в ДНК человека составляет: $2 \text{ бита} \cdot 6\,000\,000\,000 \approx 1,4$ Гбайт.

Задача 7:

Оперативная память компьютера состоит из ячеек, объем которых равен 1 байту. Какое количество ячеек оперативной памяти будет занято словом «информатика», записанным в формате Unicode.

Решение:

В формате Unicode каждый символ кодируется двумя байтами, следовательно, количество занятых ячеек памяти будет равно 22.

Задача 8:

Какой информационный объем будет занимать текстовый файл, содержащий слово «информатика», сохраненный в кодировке Windows на гибком магнитном диске формата 3,5", на жестком диске 50 Гбайт с FAT16 и с FAT32?

Сведения из теории: На гибком магнитном диске формата 3,5 дюйма минимальным адресуемым элементом является сектор емкостью 512 байт. Всего таких секторов 2880, из них для хранения данных отводится 2847 секторов, один сектор (1-1) отводится для размещения загрузчика операционной системы и 32 сектора отводится для хранения каталога диска и таблицы размещения файлов FAT.

Минимальным адресуемым элементом жесткого диска является кластер, размер которого зависит от типа используемой таблицы размещения файлов FAT и емкости жесткого диска. Таблица FAT16 позволяет адресовать $2^{16} = 65536$ кластеров, что приводит к большим размерам кластеров на жестких дисках большой емкости и нерациональному использованию дискового пространства.

Таблица FAT32 логически разбивает жесткий диск на кластеры, содержащие по восемь секторов. Таким образом, независимо от информационной емкости жесткого диска размер кластера составляет 4 Кбайта.

Решение:

Информационный объем текста равен: $1 \text{ байт} \cdot 11 = 11$ байт.

На гибком диске этот файл будет занимать один сектор, т.е. 512 байт.

На жестком диске с FAT16 файл будет занимать один кластер, объем которого равен: $50 \text{ Гбайт} : 65536 = 800$ Кбайт.

На жестком диске с FAT32 файл будет занимать один кластер, объем которого равен 4 Кбайта.

Задача 9:

Какой информационный объем оперативной памяти требуется для хранения текста статьи объемом 4 страницы, на каждой из которых размещены 32 строки по 64 символа?

Решение:

Информационный объем страницы составляет: $1 \text{ байт} \cdot 32 \cdot 64 = 2048 \text{ байт} \approx 2 \text{ Кбайта}$.

Информационный объем 4 страниц составляет: $2 \text{ Кбайт} \cdot 4 = 8 \text{ Кбайт}$.

Соответственно необходимо 8 Кбайт оперативной памяти.

Задача 10:

Часть страниц многотомной энциклопедии является цветными изображениями в шестнадцатичерной палитре и в формате 320x640 точек; страницы, содержащие текст, имеют формат – 32 строки по 64 символа в строке. Сколько страниц книги можно сохранить на жестком магнитном диске объемом 20 Мб, если каждая девятая страница энциклопедии – цветное изображение?

Решение:

Найдем, сколько информации содержит одна текстовая страница энциклопедии:

Мощность компьютерного алфавита 256. Один символ несет 1байт информации. Значит, страница содержит $32 \cdot 64 = 2048 \text{ байт} = 2\text{Кбайта}$ информации.

Рассчитаем размер страницы, содержащей графический объект: $320 \cdot 640 = 204800$ пикселей, каждый пиксель кодируется 16-ю битами, следовательно объем информации будет равен: $16 \text{ бит} \cdot 204800 = 3276800 \text{ бит} = 400\text{Кбайт}$.

Набор из девяти последовательных страниц будет занимать: $2\text{Кбайт} \cdot 8 + 400\text{Кбайт} = 416\text{Кбайт}$.

На диске объемом 20Мбайт (20480Кбайт) можно записать: $20480/2 = 10240$ текстовых страниц, $20480/400 = 51,2$ графических страниц, $(20480/416) \cdot 9 = 443,67$ последовательных страниц энциклопедии (8 текстовых + 1 графическая, 8 текстовых + 1 графическая и т.д.)

Задача 11:

Сколько текстовых файлов можно записать на гибкий диск формата 3,5", если информационный объем текста: А) 10 байт; Б) 500 байт; В) 1030 байт.

Решение:

Информационный объем диска 3,5 дюйма составляет: $512(\text{емкость сектора}) \cdot 2847 = 1423,5\text{Кбайт}$. Текстовых файлов на диске можно записать:

А) $1423,5\text{Кбайт} : 10\text{байт} = 142,35\text{Кбайт}$;

Б) $1423,5\text{Кбайт} : 500\text{байт} = 2,847\text{Кбайт}$;

В) $1423,5\text{Кбайт} : 1030 = 1,382\text{Кбайт}$.

Задача 12:

Информация о каждом из 88-ми сотрудников фирмы объемом 18390 знаков находится в отдельном файле. Можно ли не прибегая к архивированию переписать все эти файлы на 1 гибкий магнитный диск формата 3,5"?

Решение:

Информация о сотруднике равна: $18390\text{байт} = 17,95\text{Кбайт}$;

Информация о 88 сотрудниках равна: $17,95 \cdot 88 = 1579,6\text{Кбайт} = 1,54\text{Мбайт}$;

Гибкий магнитный диск имеет емкость 1,44Мбайт.

Сравнивая емкость диска и объем информации о 88 сотрудниках получаем, что без архивации нельзя разместить информацию о всех сотрудниках на одном магнитном диске.

Задача 13:

Определить количество информации, связанное с появлением каждого символа в некотором сообщении на русском языке.

Решение:

Русский алфавит состоит из 33 букв. Тогда на один символ приходится информации: $I = \log_2 33 = 5$ бит.

Задача 14:

Подсчитать объем информации на фотографии размером 9x12 см. при разрешении экрана 4800x2400 dpi. и глубине цвета 48 бит/пикселей.

Решение:

Площадь фото: $9 \cdot 12 = 108 \text{ см}^2$;

Площадь фото в дюймах: $108 : 6,4516 \approx 16,7$ дюймов (1 кв. дюйм = $2,54^2 = 6,4516 \text{ см}^2$);

Объем информации на фотографии: $16,7 \cdot 48 \cdot 4800 \cdot 2400 = 9\,234\,432\,000$ бит = 8,6 Мбайт.

Задача 15:

Рассчитать объем музыкального произведения при частоте 44,1 кГц, длительности 4 мин, глубине звука 16 бит.

Решение:

Длительность звучания музыкального произведения: 4 мин = 240 сек;

Объем музыкального произведения = качество звука · время звучания · количество каналов;

Качество звука = Уровень квантования · Частота дискретизации.

Уровень квантования: 16 бит (глубина каждого кусочка);

Частота дискретизации: 44,1 кГц = 44100 Гц = 44100 с^{-1} ;

Качество звука = 16 бит · $44100 \text{ с}^{-1} = 705600$ бит/сек;

Объем музыкального произведения = 240 сек · 705600 бит/сек = 169344000 бит = 19,6 Мбайт;

Задача 16:

Подсчитать объем отсканированной страницы формата А4 (240x291) мм², при разрешении 300x600 пиксель/дюйм, глубина цвета 36 бит/пиксель.

Решение:

Площадь страницы в дюймах: $(240 \cdot 291) \text{ мм}^2 : 645,16 \text{ мм}^2 = 108,25$ dpi (точек на дюйм);

Количество информации в 1 дюйм²: $(300 \cdot 600) \text{ пиксель/дюйм}^2 \cdot 36 \text{ бит/пиксель} = 6480000$ бит/дюйм²;

Объем отсканированной страницы формата А4: $6480000 \text{ бит/дюйм}^2 \cdot 108,25 \text{ точек/дюйм} = 701460000$ бит = 83,6 Мбайт.

Задача 17:

Рассчитать объем видеофильма при частоте 200 МГц, 50 кадров/сек, длительность 120 минут.

Решение:

120 мин = 7200 сек;

200 МГц = $2 \cdot 10^8$ Гц;

Объем видеофильма: $2 \cdot 10^8 \text{ Гц} \cdot 1 \text{ байт} \cdot 50 \text{ кадров/сек} \cdot 7200 \text{ сек} = 67055 \text{ Гбайт}$.

Задача 18:

Определить объем видеопамати компьютера, который необходим для реализации графического режима монитора с разрешающей способностью 1024 x 768 точек и палитрой из 65536 цветов (High Color).

Решение:

Глубина цвета составляет: $I = \log_2 65536 = 16$ бит;

Количество точек изображения: $1024 \cdot 768 = 786432$;

Объем видеопамати равен: $16 \text{ бит} \cdot 786432 = 12582912 \text{ бит} \approx 1,5 \text{ Мбайт}$.

Задача 19:

Определить максимально возможную разрешающую способность экрана для монитора с диагональю 15" и размером точки экрана 0,28 мм.

Решение:

$$2,54 \text{ см} \cdot 15 = 38,1 \text{ см};$$

Определим соотношение между высотой и шириной экрана для режима 1024x768 точек: $768 : 1024 = 0,75$;

Определим ширину экрана. Пусть ширина экрана равна L , тогда высота равна $0,75L$. По теореме Пифагора имеем: $L^2 + (0,75L)^2 = 38,1^2$

$$1,5625 L^2 = 1451,61$$

$$L^2 \approx 929$$

$$L \approx 30,5 \text{ см};$$

Количество точек по ширине экрана равно: $305 \text{ мм} : 0,28 \text{ мм} = 1089$;

Максимально возможным разрешением экрана монитора является 1024x768.

Задача 20:

Сканируется цветное изображение размером 10 x 10 см. Разрешающая способность сканера 600 dpi и глубина цвета 32 бита. Какой информационный объем будет иметь полученный графический файл.

Решение:

Переведем разрешающую способность сканера из точек на дюйм в точки на сантиметр: $600 \text{ dpi} : 2,54 \approx 236 \text{ точек/см}$;

Следовательно, размер изображения в точках составит 2360×2360 точек;

Общее количество точек изображения равно: $2360 \cdot 2360 = 5\,569\,600$;

Информационный объем файла равен: $32 \text{ бит} \cdot 5\,569\,600 = 178\,227\,200 \text{ бит} \approx 21 \text{ Мбайт}$.

Задача 21:

Сканируется цветное изображение стандартного размера А4 (21 x 29,7 см). Разрешающая способность сканера 1200 dpi и глубина цвета 24 бита. Какой информационный объем будет иметь полученный графический файл. Ответ: $\approx 398 \text{ Мбайт}$.

Решение:

Площадь изображения: $21 \cdot 29,7 = 623,7 \text{ см}^2$;

$$1 \text{ дюйм}^2 = 6,4516 \text{ см}^2;$$

$$623,7 \text{ см}^2 = 96,67 \text{ дюйм}^2;$$

Количество точек на 1 дюйм²: $96,67 \cdot 1200 = 116004$;

Информационный объем графического файла: $116004 \cdot 24 = 2784096 \text{ бит} = 340 \text{ Кбайт}$.

Задача 22:

Оцените информационный объем высококачественного стереоаудиофайла длительностью звучания 1 минута, если "глубина" дискретизации 16 бит, а частота 48 кГц.

Решение:

Информационный объем звукового файла длительностью в 1 секунду равен: $16 \text{ бит} \cdot 48\,000 \cdot 2 = 1\,536\,000 \text{ бит} = 187,5 \text{ Кбайт}$;

Информационный объем звукового файла длительностью в 1 минуту равен: $187,5 \text{ Кбайт/сек} \cdot 60 \text{ сек} \approx 11 \text{ Мбайт}$.

Задача 23:

Оцените информационный объем моноаудиофайла длительностью звучания 1 мин. если "глубина" и частота дискретизации звукового сигнала равны соответственно: 16 бит и 8 кГц. Ответ: 940 Кбайт.

Решение:

Информационный объем звукового файла длительностью в 1 секунду равен: $16 \cdot 8\,000 = 128\,000$ бит = 16 000 байт $\approx 15,6$ Кбайт;

Информационный объем звукового файла длительностью в 1 минуту равен: $15,6 \cdot 60 \approx 936$ Кбайт.

Задача 23:

Определите качество звука (качество радиотрансляции, среднее качество, качество аудио-CD) если известно, что объем моноаудиофайла длительностью звучания в 10 сек. равен: 940 Кбайт. Ответ: качество аудио-CD.

Решение:

Качество звука: $940\text{Кбайт} : 10 \text{ сек} = 94 \text{ Кбайт/сек}$. Что говорит о среднем качестве звука (качество радиотрансляции \approx до 56 Кбайт; среднее качество \approx до 128 Кбайт; качество CD \approx 128 Кбайт).

Задача 24:

Рассчитайте время звучания моноаудиофайла, если при 16-битном кодировании и частоте дискретизации 32 кГц его объем равен: 700 Кбайт. Ответ: 10 секунд.

Решение:

Информационный объем звукового файла длительностью в 1 секунду равен: $16 \text{ бит} \cdot 32\,000\text{Гц} = 62,5 \text{ Кбайт}$;

Время звучания моноаудиофайла: $700\text{Кбайт} : 62,5 \text{ Кбайт} = 11,2 \text{ сек}$.

Задача 25:

Определите длительность звукового файла, который уместится на гибкой дискете 3,5". Учтите, что для хранения данных на такой дискете выделяется 2847 секторов объемом 512 байт.

а) при низком качестве звука: моно, 8 бит, 8 кГц; Ответ: ≈ 3 минуты.

б) при высоком качестве звука: стерео, 16 бит, 48 кГц. Ответ: $\approx 7,6$ секунд.

Решение:

а) Информационный объем звукового файла равен: $2847 \cdot 512 = 1\,457\,664$ байт $\approx 1,4$ Мбайт;

Длительность звукового файла: $1,4 \text{ Мбайт} : (1 \text{ канал} \cdot 1 \text{ байт} \cdot 8000) \approx 30 \text{ мин}$.

б) Информационный объем звукового файла равен: $2847 \cdot 512 = 1\,457\,664$ байт $\approx 1,4$ Мбайт;

Длительность звукового файла: $1,4 \text{ Мбайт} : (2 \text{ канала} \cdot 2 \text{ байта} \cdot 48000) \approx 8 \text{ сек}$.

Задача 26:

Перейдите от двоичного кода к шестнадцатеричному и декодируйте следующий текст:

а) 01010101 01110000 00100000 00100110 00100000 01000100 01101111 01110111 01101110.

Решение:

55 70 20 26 20 44 6F 77 6E – Up & Down.

Задача 27:

Перейдите от десятичного кода к шестнадцатеричному и декодируйте следующие тексты:

а) 087 111 114 100.

Решение:

57 6F 72 64 – Word.

Задача 28:

Во сколько раз уменьшится информационный объем страницы текста при его преобразовании из кодировки Unicode (таблица кодировки содержит 65536 символов) в кодировку Windows CP1251(таблица кодировки содержит 256 символов)?

Решение:

В кодировке Unicode 65536 символов = 2^{16} . Следовательно, информационный объем 1-го символа равен 16 бит или 2 байта.

В кодировке Windows (CP1251) – 256 символов = 2^8 . Следовательно информационный объем 1-го символа равен 8 бит или 1 байт.

Количество символов на странице в разных кодировках одинаково, следовательно, информационный объем уменьшится в два раза.

Задача 29:

Матричный принтер имеет скорость печати 1 Кбайт в секунду. Определить время, необходимое для печати 10 листов, если каждый лист вмещает 60 строк по 30 символов в строке.

Решение:

Количество символов на листе: $60 \cdot 30 = 1800$ символов;

Количество символов на 10-ти листах: $1800 \cdot 10 = 18000$ символов;

Время печати 10-ти листов: $18000 : 1024 = 17,6$ сек.

Задача 30:

В саду 100 фруктовых деревьев – 14 яблонь и 42 груши. В какой системе счисления посчитаны деревья.

Решение:

Имеем $100_p = 14_p + 42_p$ (p – основание системы счисления);

Переведем в систему счисления с основанием p : $1 \cdot p^2 + 0 \cdot p^1 + 0 = 1 \cdot p^1 + 4 + 4 \cdot p^1 + 2$.

Откуда $p^2 - 5p - 6 = 0$

$D = 49$, $p_1 = (5 + 7)/2 = 6$; $p_2 = (5 - 7)/2 = -1$.

Значит $p = 6$ – основание системы счисления, т.е. деревья посчитаны в шестиричной системе счисления.

Задача 31:

Определить требуемый объем видеопамати для различных графических режимов экрана монитора. Заполните таблицу.

Разрешающая способность экрана	Глубина цвета (бит на точку)				
	4	8	16	24	32
640 x 480					
800 x 600					
1024 x 768					
1280 x 1024					
4800 x 2400					

Решение:

Объем видеопамати для графического режима экрана монитора 640 x 480 ($V = a \cdot b \cdot R : 1024^2 : 8$):

$640 \cdot 480 \cdot 4 : 1024^2 : 8 = 0,15$. Аналогично вычисляется объем видеопамати для других графических режимов экрана монитора.

Разрешающая способность экрана	Глубина цвета (бит на точку)				
	4	8	16	24	32
640 x 480	0,15	0,29	0,59	0,88	1,17
800 x 600	0,23	0,46	0,92	1,37	1,83
1024 x 768	0,375	0,75	1,5	2,25	3

1280 x 1024	0,625	1,25	2,5	3,75	5
4800 x 2400	5,5	10,98	21,97	32,95	43,94